

KL55



CONCOURS ENSAM - ESTP - ECRIN - ARCHIMEDE

Epreuve d'Informatique MP

durée 3 heures

L'usage de la calculatrice est interdit

Indiquez en tête de copie ou de chaque exercice le langage utilisé. On pourra utiliser la notation $t[i]$ pour accéder à l'élément n° i d'une liste t .

1. Chercher-remplacer

Écrire la fonction

annuleNegatifs donnée-résultat t : liste d'entiers

qui recherche dans une liste d'entiers les entiers négatifs et les remplace par des 0.

2. Racine carrée

Écrire la fonction

racineCarree donnée a : réel
résultat : réel

qui calcule la racine carrée d'un nombre réel positif a par l'algorithme de Newton. Préciser bien le test d'arrêt de l'algorithme.

Principe : la suite $u_0 = 1$, $u_{n+1} = \frac{u_n + \frac{a}{u_n}}{2}$ converge vers \sqrt{a}

3. Nombre de 1

Écrire la fonction

nombreDeUn

données n : entier positif ou nul

résultat : entier

qui calcule le nombre de 1 dans l'écriture binaire de n .

Par exemple,

`nombreDeUn(23) → 4`

car 23 s'écrit 10111 en base 2

4. Qu'affichera ce programme ?

`x ← 1`

`y ← 1`

`tant que x ≤ y faire`

`afficher (x)`

`x ← x * 2`

`y ← y + 10`

`fin tant que`

5. Le triangle de Pascal

Le triangle de Pascal est un tableau qui se construit de la manière suivante :

```
1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
```

En convenant que les lignes et colonnes sont numérotées à partir de 1, la ligne i contient i éléments (numérotés de 1 à i). L'élément 1 et l'élément i valent 1. L'élément j (avec $1 < j < i$) est égal à la somme des éléments n° j et n° $j-1$ de la ligne précédente.

Écrire la fonction suivante :

lignePascal

données n : entier

résultat t : liste d'entiers

qui range dans la liste t la ligne n du triangle de Pascal, et ce sans utiliser de matrice ou de tableau à deux dimensions.

6. Tri d'une liste à petit ensemble de valeurs

Le but de cet exercice est de trier une liste t dont les éléments ne peuvent prendre qu'un "petit" nombre fini de valeurs (ici, trois valeurs : 0, 1 ou 2).

Par exemple, de la liste initiale :

2	0	1	0	2	1	1	0	1	2	2	1	0
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

il faut obtenir la liste finale :

0	0	0	0	1	1	1	1	1	2	2	2	2
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

Le programme sera itératif. Pour trouver comment écrire le corps de la boucle, on suppose que la liste t (de taille n) a été traitée jusqu'au rang i , et que sont connus j et k vérifiant

- tous les éléments du tableau d'indice inférieur ou égal à j sont égaux à 0
- tous les éléments d'indice supérieur à j et inférieur ou égal à k sont égaux à 1
- tous les éléments d'indice supérieur à k et inférieur ou égal à i sont égaux à 2

K7 : permuter les 5 premiers chiffres de x avec les 5 derniers

$K7(3\ 456\ 789\ 123) \rightarrow 8\ 912\ 334\ 567$, $K7(2004) \rightarrow 200\ 400\ 000$

K8 : multiplier x par 1 001 001 001 et prendre les 10 derniers chiffres du résultat (= $K5$)

$K8(3\ 456\ 789\ 123) \rightarrow 2\ 368\ 912\ 123$, $K8(2004) \rightarrow 6\ 006\ 006\ 004$

K9 : alors enlever 1 à tous les chiffres non nuls de x

$K9(3\ 456\ 789\ 123) \rightarrow 2\ 345\ 678\ 012$, $K9(2004) \rightarrow 1\ 003$

K10 : si $x < 100\ 000$ alors élever x au carré et lui ajouter 99 999 sinon ôter 99 999 de x

$K10(3\ 456\ 789\ 123) \rightarrow 3\ 456\ 689\ 124$, $K10(2004) \rightarrow 4\ 116\ 015$

K11 : compléter x par des 0 à droite pour qu'il ait 10 chiffres

$K11(3\ 456\ 789\ 123) \rightarrow 3\ 456\ 789\ 123$, $K11(2004) \rightarrow 2\ 004\ 000\ 000$

K12 : multiplier x par $x-1$, supprimer les cinq derniers chiffres, prendre les 10 derniers chiffres du résultat

$K12(3\ 456\ 789\ 123) \rightarrow 3\ 910\ 374\ 343$, $K12(2004) \rightarrow 40$

L'algorithme K est le suivant :

Donnée x : entier

Résultat r : entier

début K

$a \leftarrow K1(x)$

répéter $a+1$ fois

$b \leftarrow K2(x)$

si $b=0$ alors $r \leftarrow K12(K11(K10(K9(K8(K7(K6(K5(K4(K3(x))))))))))$ fin si

si $b=1$ alors $r \leftarrow K12(K11(K10(K9(K8(K7(K6(K5(K4(x))))))))$ fin si

si $b=2$ alors $r \leftarrow K12(K11(K10(K9(K8(K7(K6(K5(x))))))))$ fin si

si $b=3$ alors $r \leftarrow K12(K11(K10(K9(K8(K7(K6(x))))))))$ fin si

si $b=4$ alors $r \leftarrow K12(K11(K10(K9(K8(K7(x))))))$ fin si

si $b=5$ alors $r \leftarrow K12(K11(K10(K9(K8(x))))$ fin si

si $b=6$ alors $r \leftarrow K12(K11(K10(K9(x))))$ fin si

si $b=7$ alors $r \leftarrow K12(K11(K10(x)))$ fin si

si $b=8$ alors $r \leftarrow K12(K11(x))$ fin si

si $b=9$ alors $r \leftarrow K12(x)$ fin si

fin répéter

retour r

fin K

• Écrire les fonctions $K1, K2, K3, K4, K5, K6, K7, K8, K9, K10, K11, K12$

• Écrire la fonction K

Note : on supposera que les entiers sont représentables sans limite de valeur.

8. Programmation d'expressions logiques

Les calculs des valeurs de vérité d'expressions comme $\forall x \in E P(x)$ ou $\exists x \in E P(x)$ peuvent être programmés si E est un sous-ensemble fini de \mathbf{N} et P une expression logique calculable pour toute valeur de E .

Programmer le calcul de la valeur de vérité des expressions suivantes :

• $\forall x \in [0..1000] (x^2 \text{ modulo } 4) \leq 1$

• $\forall n \in [1..1000] \exists x \in [n..2n] \forall y \in [2..x-1] (x \text{ modulo } y) \neq 0$